

۱. گراف بازه ای: گرافی است که مجموعه رئوس آن مجموعه ای از بازه هاست و دو راس در آن متصلند هرگاه بازه های متناظر باهم اشتراک داشته باشند. گراف بازه ای  $G$  روی مجموعه راسی زیر را در نظر بگیرید:

$$\{[1,5], [2,7], [3,6], [5,9], [6,10], [8,11], [6,12], [9,12]\}.$$

به هریال  $G$  وزنی معادل با طول بازه اشتراک بین دو سرش را بدهید.

با استفاده از ۱. الگوریتم پریم، ۲. الگوریتم کروسکال، ۳. روش برنامه ریزی خطی یک درخت فراگیر بهینه در  $G$  بیابید.

۲. یک زیر مجموعه از رئوس  $G$  را مستقل نامند هرگاه هیچ دوراسی در این زیرمجموعه باهم مجاور نباشند. اگر  $S$  یک زیرمجموعه مستقل از رئوس  $G$  باشد  $\chi_S$  را بردار مشخصه  $S$  نسبت به رئوس  $G$  بگیرید. ثابت کنید:

$$\text{conv}\{\chi_S \mid S \subseteq V \text{ مستقل}\} = \{x \in \mathbb{R}_+^{|V|} \mid \forall \{u, v\} \in E(G); x_u + x_v \leq 1\}.$$

۳. آیا می توانید یک برنامه ریزی خطی برای یافتن سایز بزرگترین مجموعه مستقل در گراف  $G$  از شکل ۱ ارائه دهید؟

۴. توضیح دهید چگونه با داشتن یک جواب از مساله برنامه ریزی خطی مربوط به درخت فراگیر بهینه، می توان به یک درخت فراگیر بهینه رسید؟ روشتان را در مثال شکل ۱ توضیح دهید.

۵. در گراف زیر با سه روش پریم، کروسکال و برنامه ریزی خطی یک درخت فراگیر بهینه بیابید.

شکل ۱

